

OFDM用シンボル同期方式の誤検出確率

False detection probability of a symbol synchronizer for OFDM systems

大矢 貴文*
Takafumi OYA

小川 明**
Akira OGAWA

Abstract— In this paper, we propose an improved symbol synchronizer applicable to OFDM packet communications. The performance of the synchronizer is evaluated in terms of false detection probability in the presence of additive white Gaussian noise (AWGN) and multi-path.

Keywords— OFDM, SYMBOL SYNCHRONIZER, FALSE, MULTI-PATH

1 はじめに

OFDM で特徴づけられるマルチキャリア通信システムは、広帯域マルチメディア通信を行う上で有望視されている。OFDM では、受信側でシンボル同期と呼ばれる FFT のタイミングを高精度に同期させる必要がある。本稿では OFDM パケット通信用に改良した同期方式を提案する。この回路では、パケットの先端に設けられたプリアンブルを利用して同期を行う。同期は FFT、移相器、相関回路などの処理結果を累算し、最大出力時のタイミングから得る。このシンボル同期回路の同期特性評価を AWGN およびマルチパス環境下でおこなった。

2 システムモデル

2.1 送信回路

本稿では、パケット通信を想定し、変調方式は OFDM を用いることとする。802.11a では、シンボル同期はパケットの先端に付加されたショートトレーニングシーケンスによって行われる[3]。本稿でも同様に、パケットの先端に同期タイミングを得るためにプリアンブルを付加する。OFDM 変調されたパケットは、図 1 に示す回路により生成される。プリアンブルの付加は、プリアンブル用の系列 d_p によって行う。この系列は、シンボル同期に必要なシンボル数分だけ付加される。つまり、 d_p により同じ波形を持ったシンボルが複数個プリアンブルとして付加される。その後、入力データ系列 d を OFDM 変調し、パケットとして伝送路へと伝送する。ただし、プリアンブルでは、GI(Guard Interval)を付加しないものとする。

本稿で想定したパケット構成を図 2 に示す。パケットの先端には、同期タイミングを得るためにプリアンブルを設けているが、同期タイミングはこのプリアン

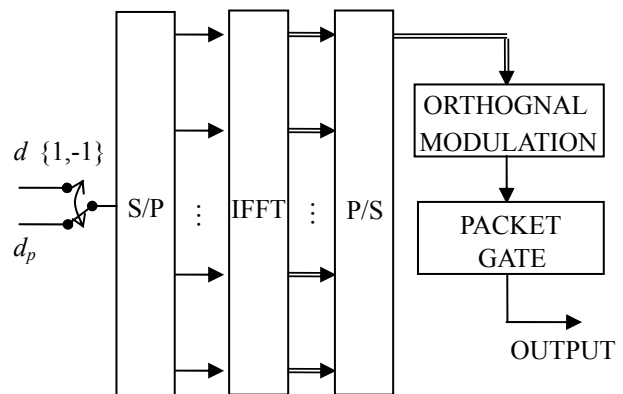


Fig.1. Transmitted circuit

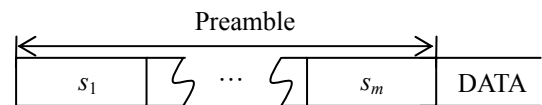


Fig.2. Packet composition

ブル内で確立されるものとする。プリアンブルのシンボル長は、累算回路(Accumulator)において、累算する回数により決める。プリアンブル以降は、情報を持ったデータシンボルから構成される。

また、アクセス制御方式として TDMA や Slotted ALOHA を想定し、受信側でパケットの到着時刻が大体わかっているものとする。これは、シンボル同期回路で FFT を開くタイミングが必ずプリアンブル内であることを意味する。

プリアンブル部分のベースバンド送信信号 $s(k)$ は

$$s(k) = \sum_{n=0}^{N-1} d_p(n) e^{j \frac{2\pi}{N} nk}, 0 \leq k \leq N-1 \quad (1)$$

で表される。ここで、 $d_p(n)$ は n 番目のプリアンブル用の系列であり、 N はサブキャリア数である。

2.2 シンボル同期回路

シンボル同期回路を図 3 に示す。シンボル同期回路では、受信信号はローカルに発生した直交搬送波によって直交復調される。ここでは、簡単のため周波数オフセットおよび、受信側でのサンプリングクロックの同期は完全であるとする。直交復調されたベースバンド信号は任意のタイミングで直列-並列変換される。そ

* **名城大学 大学院 理工学研究科 情報科学専攻 〒468-8502 愛知県名古屋市天白区塩釜口 1-501 Department of Information Science Graduate School of Science and Technology, Meijo University 1-501 Shioyamaguchi Tenpaku-ku Nagoya 468-8502, Aichi, Japan.
E-mail: * m0432008@ccmailg.meijo-u.ac.jp,

** aogawa@ccmfs.meijo-u.ac.jp

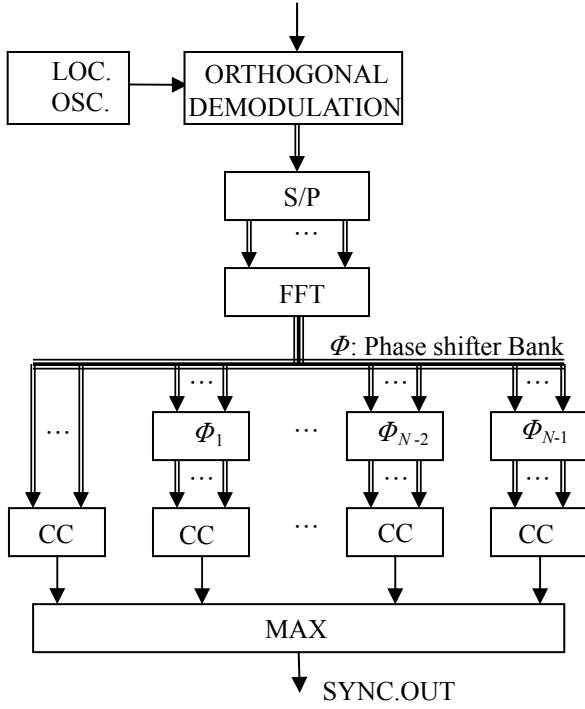


Fig.3. Symbol Synchronizer

して、全てのタイミングで FFT を行い、相関値を算出する。その相関値を利用して同期タイミングを得る。しかし、この場合 FFT がタイミング分必要となる。一方、PSB (Phase Shifter Bank) を用いると、1つの FFT で全てのタイミングで FFT を行った出力を得る事が可能である[1]。また、後述する累算回路での累算に PSB を利用した方が高速に同期タイミングを得ることが出来る。したがって、ここでは PSB を利用した回路構成としている。

n' のタイミングの FFT 出力 $R_{n'}(n)$ は

$$R_{n'}(n) = R_0(n) e^{j \frac{2\pi}{N} n n'} \quad (2)$$

のように表され、 $R_0(n)$ は次式で表される。

$$R_0(n) = \sum_{k=0}^{N-1} r(k) e^{-j \frac{2\pi}{N} k n} \quad (3)$$

ここで、 $r(k)$ は受信したベースバンド信号である。これは、あるタイミングの FFT 出力に位相回転を行えば、 n' 番目のタイミングの FFT 出力が得られることを意味する。したがって、 n' 番目の PSB $\Phi_{n'}$ は

$$\Phi_{n'} = \left\{ \begin{aligned} \phi_{n',0} &= 0, \quad \phi_{n',1} = \frac{2\pi}{N} n' \\ &\dots, \quad \phi_{n',N-1} = \frac{2\pi(N-1)}{N} n' \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$n' = 0, \dots, (N-1)$$

のように構成される。この PSB をタイミング分並列に行う。そして、PSB の出力は図 4 に示す相関回路へと入力される。 n' 番目の相関回路の出力 $F_{n'}$ は次式で表さ

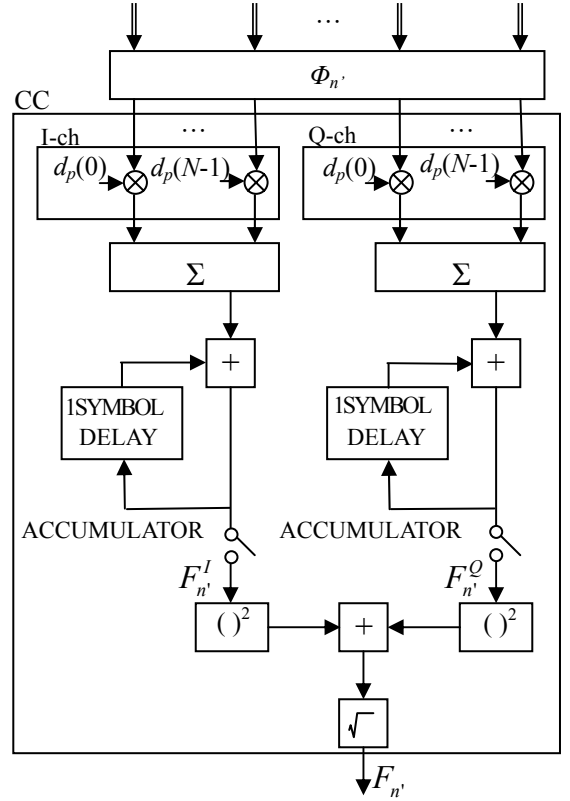


Fig.4. Correlation Circuit

れる。ここで、 M は累算回数である。

$$F_{n'} = \sqrt{[F_{n'}^I]^2 + [F_{n'}^Q]^2} \quad (5)$$

$$F_{n'}^I = \sum_{l=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} \{ \text{Re}[R_{n'+lN}(n)] d_p(n) \} \quad (6)$$

$$F_{n'}^Q = \sum_{l=0}^M \sum_{n=0}^{N-1} \{ \text{Im}[R_{n'+lN}(n)] d_p(n) \} \quad (7)$$

相関回路では、I-ch と Q-ch が別々にプリアンプル用のデータ系列が乗積される。そして、累算回路により所定回数累算する。この累算によって、特性を大幅に向上することが出来る。相関回路の出力の中で、最大の相関値を持つタイミングを同期タイミングとして、シンボル同期回路から出力する。

FFT をタイミング分適用した場合、シンボル同期を行うのに 2 シンボル期間必要となる。しかし、PSB を用いると、1つの FFT 出力を用いて並列に PSB が適用されるため、1 シンボル期間でシンボル同期が行える。これは、PSB を用いた方が累算によるプリアンプル長の増大を抑制できることを意味している。パケットの到着が 1 シンボル程度ばらつくと仮定すると、 $m=M+2$ の関係となる。ただし、 m はプリアンプル長、 M は累算回数である。

提案するシンボル同期回路では、FFT を用いて同期タイミングを得るため、マルチキャリア通信とのマッチングがよいと考えられる。

3 特性評価

3.1 AWGN 環境下

特性評価に際して、他のユーザからのパケットの干渉はないものとし、また、受信側でのサンプリングクロックの同期は完全であるとする。まず、特性の導出に必要なシンボル同期回路の各点における信号分布について述べる。ここでは、AWGN 環境下の場合について述べる。プリアンブル内でのサンプリングタイミングにおける各相関回路からの相関出力、 F_n の確率密度関数 $p(x|n)$ は

$$p(x|n) = \begin{cases} P_c(x_c) & (n = \xi) \\ P_i(x_i) & (n \neq \xi) \end{cases} \quad (8)$$

のように表させる。ここで、 ξ は正しいシンボル同期タイミングである。また $p_c(x_c)$ および $p_i(x_i)$ は、それぞれライスおよびレイリー分布するランダム変数の確率密度関数であり、次式で表させる。

$$p_c(x_c) = \frac{x_c}{\sigma^2/(a+1)} \exp\left(-\frac{x_c^2 + C^2}{2\sigma^2/(a+1)}\right) I_0\left(\frac{Cx_c}{\sigma^2/(a+1)}\right) \quad (9)$$

$$p_i(x_i) = \frac{x_i}{\sigma^2/(a+1)} \exp\left(-\frac{x_i^2}{2\sigma^2/(a+1)}\right) \quad (10)$$

ここで、 C は相関値の振幅、 a は累算回数である。また $I_0(x)$ は 0 次の第 1 種変形ベッセル関数である。

したがって、正しいタイミングの検出確率 P_D^{AWGN} は

$$P_D^{AWGN} = \int_0^\infty p_c(x_c) dx_c \left[\int_0^{x_c} p_i(x_i) dx_i \right]^{L-1} \quad (11)$$

のように表される。また、正しくないタイミングが検出される誤検出確率は、検出確率の補集合である。したがって、誤検出確率 P_F^{AWGN} は、次式でのように表される。

$$P_F^{AWGN} = 1 - P_D^{AWGN} \quad (12)$$

3.2 マルチパス環境下

2 波モデルのマルチパス環境下を想定した場合、各相関回路からの相関出力、 F_n の確率密度関数 $p(x|n)$ は

$$p(x|n) = \begin{cases} P_c(x_c) & (n = \xi) \\ P_{cm}(x_{cm}) & (n = \psi) \\ P_i(x_i) & (n \neq \xi \wedge n \neq \psi) \end{cases} \quad (13)$$

のように表させる。ここで ψ は遅延波のタイミングである。また、 $p_{cm}(x_{cm})$ は $p_c(x_c)$ と同様にライス分布するランダム変数の確率密度関数であり、次式表される。

$$p_{cm}(x_{cm}) = \frac{x_{cm}}{\sigma^2/(a+1)} \exp\left(-\frac{x_{cm}^2 + C^2/DUR}{2\sigma^2/(a+1)}\right) \times I_0\left(\frac{(C/\sqrt{DUR})x_{cm}}{\sigma^2/(a+1)}\right) \quad (14)$$

ここで、 DUR は希望波と遅延波の電力比である。したがって、検出確率 $P_D^{MULTIPATH}$ $P_F^{MULTIPATH}$ は

$$P_D^{MULTIPATH} = \int_0^\infty p_c(x_c) dx_c \times \left[\int_0^{x_c} p_{cm}(x_{cm}) dx_{cm} \right] \times \left[\int_0^{x_c} p_i(x_i) dx_i \right]^{L-2} \quad (15)$$

のように表される。したがって、誤検出確率は次式で表される。

$$P_F^{MULTIPATH} = 1 - P_D^{MULTIPATH} \quad (16)$$

(15)式の第二項目は、ライス分布の分布関数であり、 $C_{rice}(x_c)$ とすると次式で表される。

$$C_{rice}(x_c) = 1 - \exp\left(-\frac{x_c^2 + C^2/DUR}{2\sigma^2/(a+1)}\right) \times \sum_{q=0}^\infty \left\{ \left(\frac{C/\sqrt{DUR}}{x_c} \right)^q I_q\left(\frac{(C/\sqrt{DUR})x_c}{\sigma^2/(a+1)}\right) \right\} \quad (17)$$

ここで、 I_q は q 次の第 1 種変形ベッセル関数である。しかし、数値的に値を求める場合、無限の加算が入っているため、求めるのは難しい。 $q=50$ 項ほどで打ち切っても問題ない[2]とされているため、以下の数値例では 50 項で打ち切っている。

4 数値例

4.1 AWGN 環境下

前節の数値例および計算機シミュレーションの結果を示す。シミュレーションパラメータを表 1 に示す。計算機シミュレーションでも、サンプリングオフセットなしの状態を想定した。結果を図 5 に示す。

解析結果とシミュレーション結果はよく一致していることがわかる。累算を 2 回行うと約 4.7[dB]の利得があることがわかる。同様に累算 4 回では約 7[dB]、6 回では約 8.5[dB]の利得がある。累算を多く行うとプリアンブル長が長くなる欠点はあるが、誤検出確率は大幅に減少していることがわかる。

Table.1. Simulation parameter

Number of sub-carriers	8
Preamble code pattern	{1,1,1,1,1,1,1,1}
Number of accumulation	0,2,4,6
Number of simulation	1000000

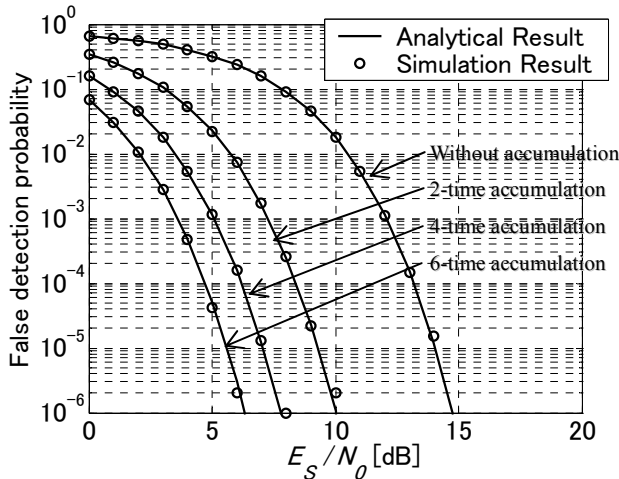


Fig.5. False detection probability versus E_s/N_0 without multi-path

4.2 マルチパス環境下

パラメータは表 1 と同じである。 E_s/N_0 に対する誤検出確率の数値例および計算機シミュレーションの結果を図 6 に示す。マルチパスの数は 2 である。AWGN 環境下に比べ特性が悪くなっているが、これは遅延波のタイミングを同期タイミングとして判定してしまっているためである。AWGN 環境下と同様に累算を 2 回行うと約 4.7[dB] の利得があり、累算 4 回では約 7[dB]、6 回では約 8.5[dB] の利得がある。

つぎに、 $E_s/N_0=10$ [dB] に固定し、 DUR を変化させた時の誤検出確率を図 7 に示す。累算回数を増やすにつれ、 DUR に対する誤検出確率の減少が急峻になっていることがわかる。したがって、累算を行うと DUR に対して頑健になると言える。

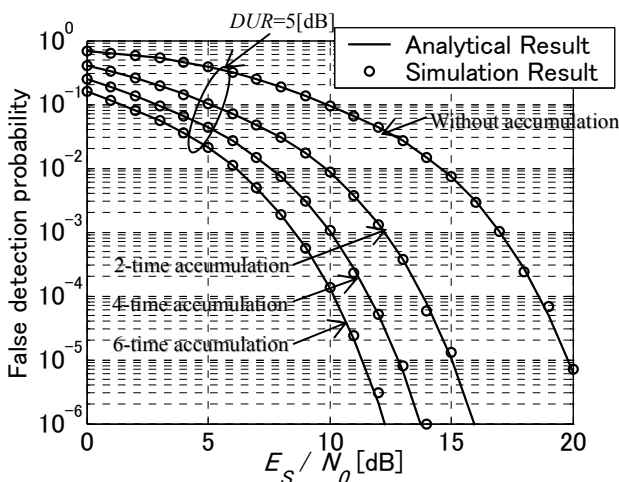


Fig.6. False detection probability versus E_s/N_0 with multi-path where $DUR=5$ [dB] and delay time difference=1/8 [symbol period]

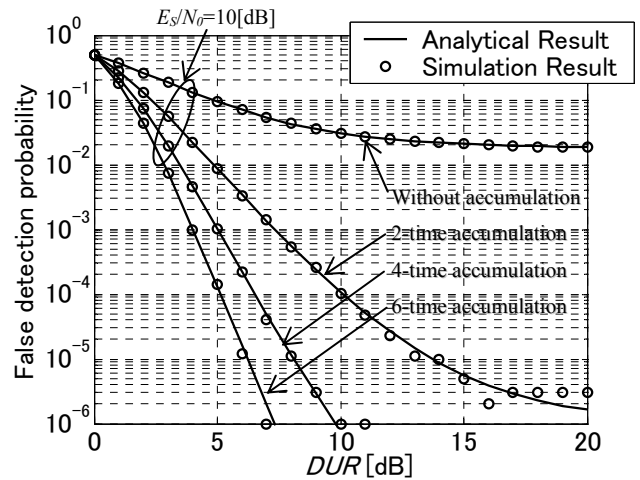


Fig.7. False detection probability versus DUR where $E_s/N_0=10$ [dB] and delay time difference=1/8 [symbol period]

5 まとめ

OFDM パケット通信において、累算を行うシンボル同期方式を提案した。提案した方式は、FFT を用いて相関値を算出するため、マルチキャリア通信とのマッチングが良いと考えられる。また、累算によりマルチパス環境下においても良好な特性を持つことがわかった。

参考文献

- [1] S. Goto and A. Ogawa: "A Symbol Synchronizer for Multi-Carrier Spread-Spectrum Systems", IEICE Trans. on Fundamentals, Vol.E-85-A, No.12, pp.2881-2885, Dec. 2002.
- [2] M.Carroll, T.A.Wysocki: "Fading Characteristics for Indoor Wireless Channels at 5GHz Unlicensed Bands," SYMPOTIC'03, Bratislava, Slovakia, pp 102-105, Oct. 2003.
- [3] K. W. Yip, Y. C. Wu, T. S. Ng: "Timing-Synchronization Analysis for IEEE 802.11a Wireless LANs in Frequency-Nonselective Rician Fading Environments", IEEE Trans. on Wireless communications, Vol.3, No.2, pp.387-394, Mar. 2004.

OFDM用シンボル同期方式の 誤検出確率

名城大学大学院 理工学研究科
大矢貴文 小川明

発表の構成

1. 研究背景と研究の目的
2. パケット通信を想定したOFDM用
シンボル同期方式の提案
3. シンボル同期回路の同期特性評価
4. まとめ

研究背景

無線通信への要求

- 広帯域マルチメディア通信(高速性)
- マルチパスフェージングに対する頑健性



- ▶ マルチキャリアパケット通信システム
 - OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex)
 - MC-SS (Multi-Carrier Spread-Spectrum)

目的

マルチキャリアの問題

- シンボル(FFT)同期が困難
- 周波数精度が必要
- 非線形増幅の影響

パケット通信

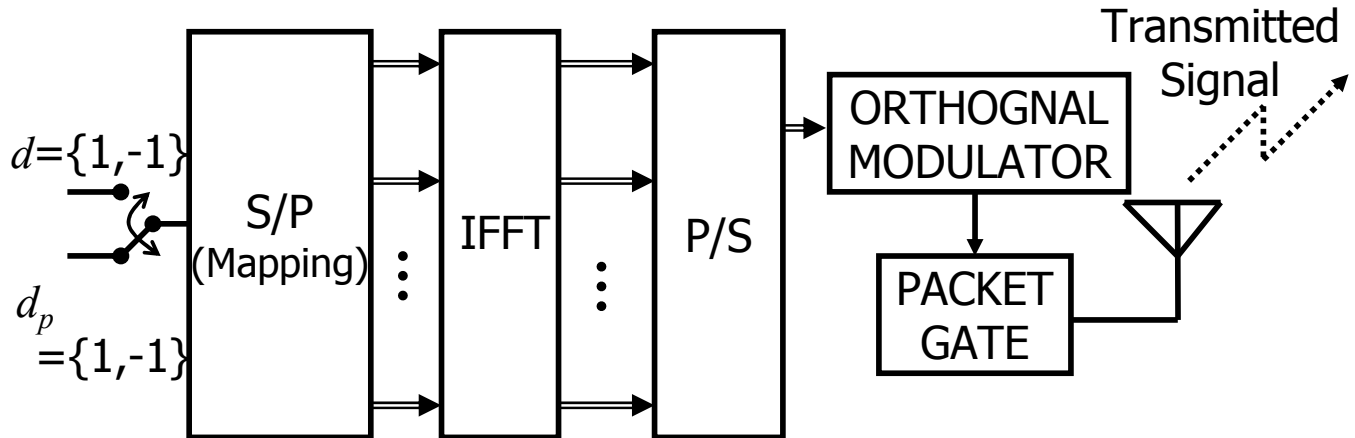
- 同期を高速に行う必要がある



本研究

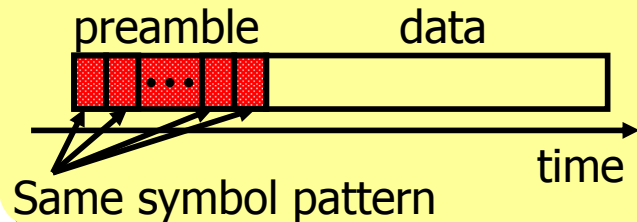
OFDMパケット通信を想定した、高速で高精度なプリアンブル内でシンボル同期を行う方式の検討

送信回路構成

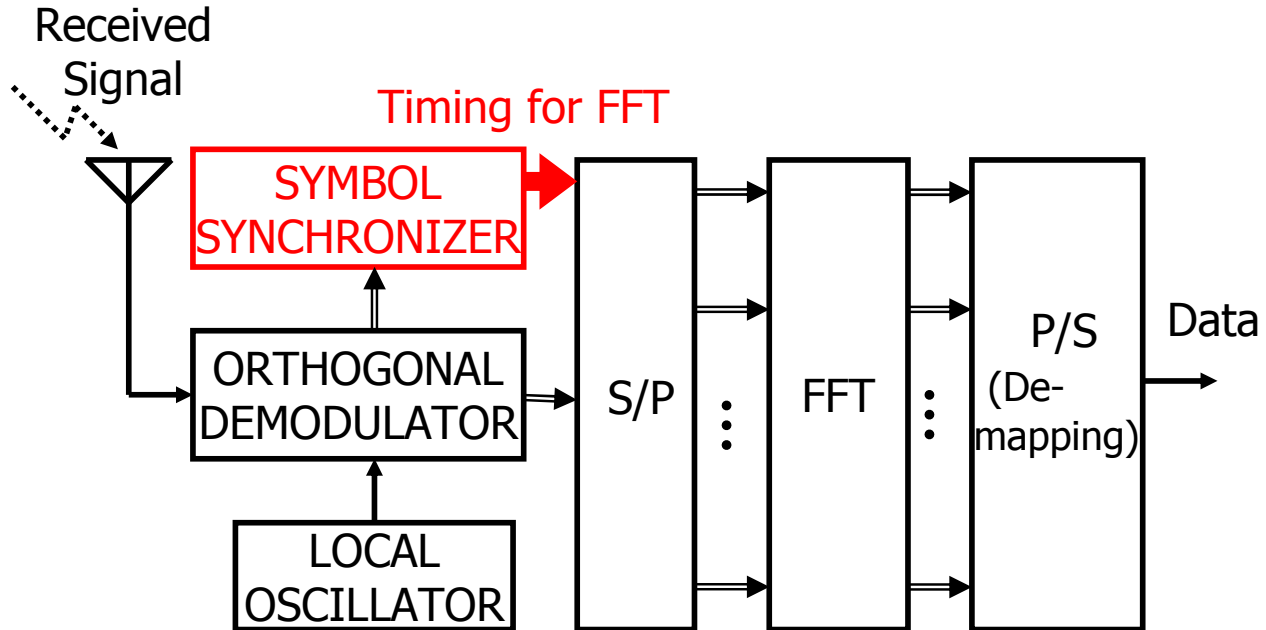


パケットの構成

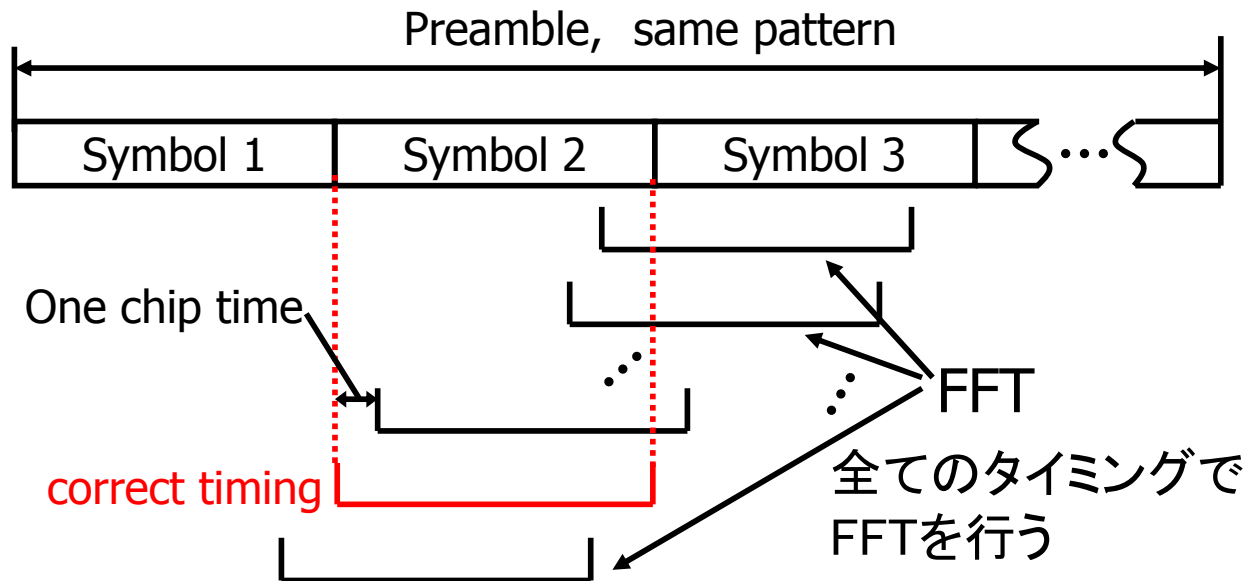
d : 送信ビット系列
 d_p : プリアンブル生成系列



受信回路構成



シンボル同期タイミングの検出の原理

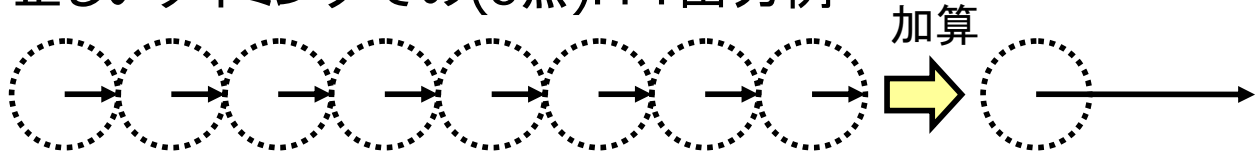


➤ 正しいタイミング
⇒ 相関値が大きい

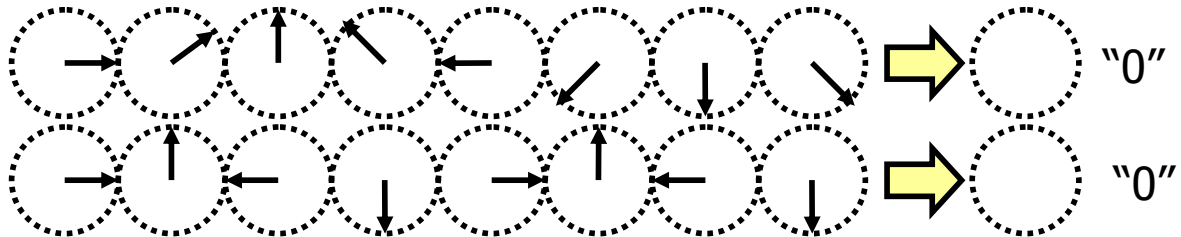
相関値
FFT出力を足しあわせて算出

相関値

- 正しいタイミングでの(8点)FFT出力例



- 正しくないタイミングでの(8点)FFT出力例



それぞれの回転量は
FFTするタイミングのズ
レに依存



1つのFFT出力を移相回転し、
全てのタイミングのFFT出力
を得られる

FFT数の削減

n' 番目のFFT回路(FFT n')の出力は次式となる

$$R_{n'}(n) = R_0(n) e^{j\frac{2\pi}{N}nn'}$$

Phase Shifter Bank

$$\Phi_{n'} = \left\{ \phi_{n',0} = 0, \phi_{n',1} = \frac{2\pi}{N}n', \dots, \phi_{n',N-1} = \frac{2\pi(N-1)}{N}n' \right\}$$

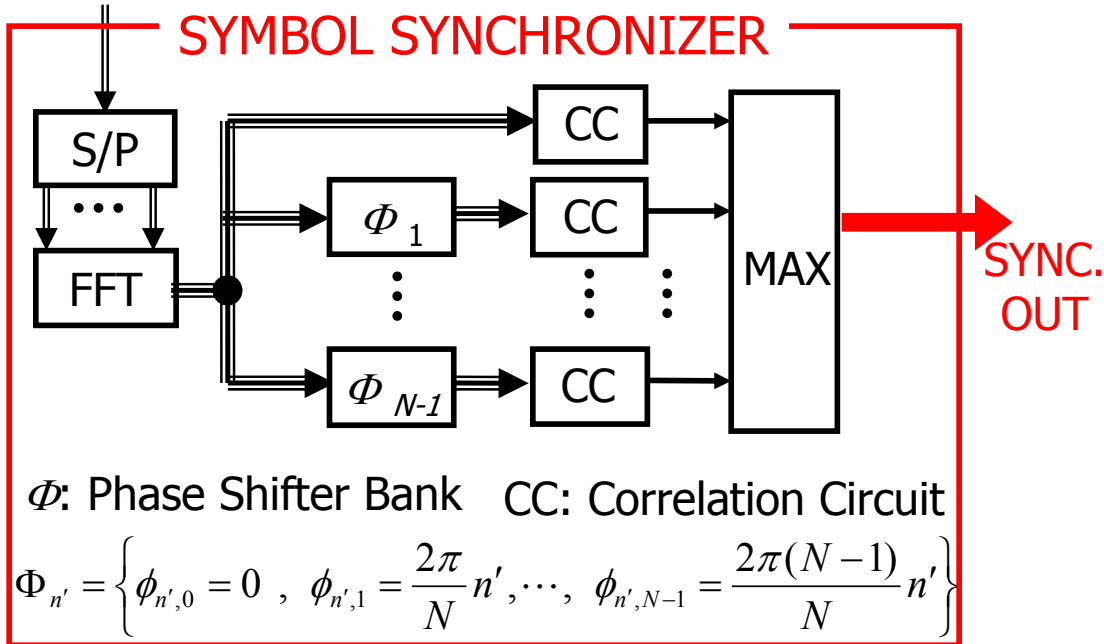
ここで、 $R_0(n)$ は始めの FFT出力であり、次式となる

$$R_0(n) = \sum_{k=0}^{N-1} r(k) e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$$

$r(k)$: 受信したベースバンド信号

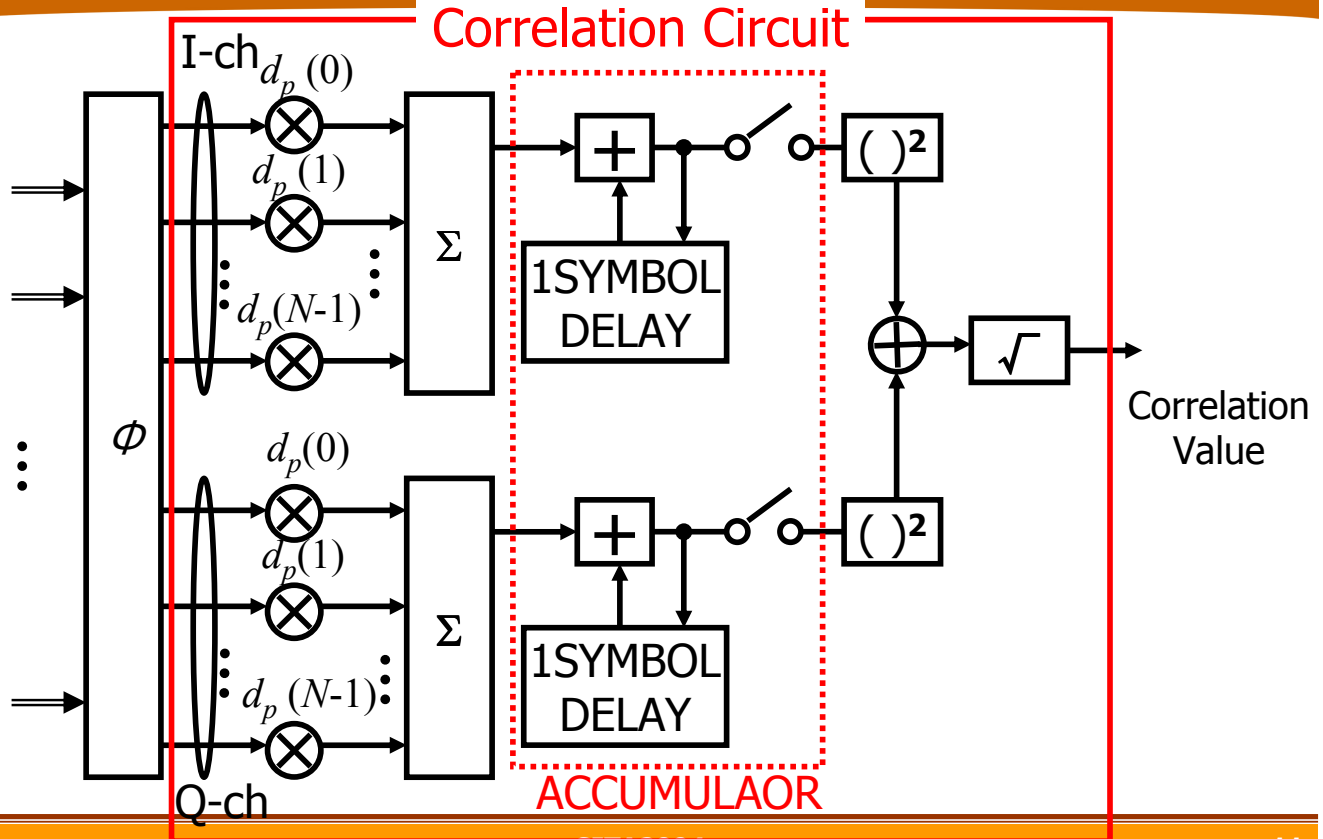
1つのFFT出力から、移相器群により
全てのタイミングのFFT出力が得られる

シンボル同期回路



N 個のFFT \Rightarrow 1個のFFT + $(N-1)$ 個の移相器群

相關回路

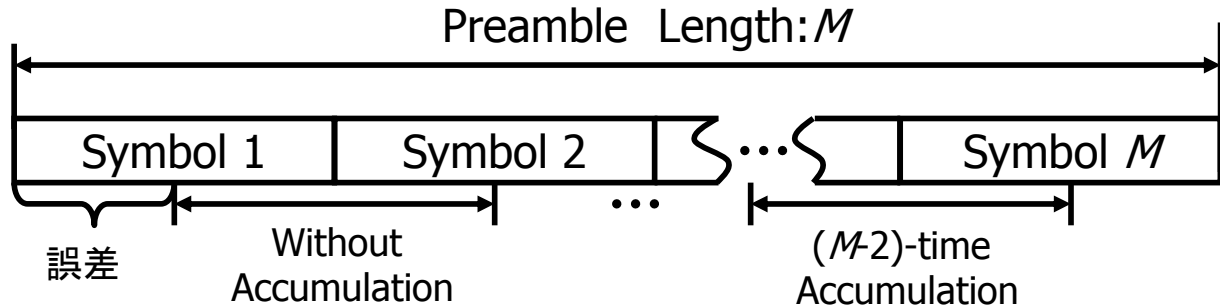


累算とプリアンブル長

Slotted ALOHA
TDMA



初めのFFTがプリアンブル内の
の1シンボル程度で開くと仮定

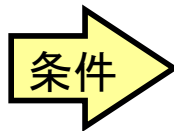


- プリアンブル長を M とすると, $(M-2)$ 回の累算が行える

特性評価

E_s : シンボル当たりのエネルギー

- AWGN環境下
⇒ E_s/N_0 に対する誤検出確率
- マルチパス環境下
⇒ $E_s/N_0, \text{DUR}$, に対する誤検出確率



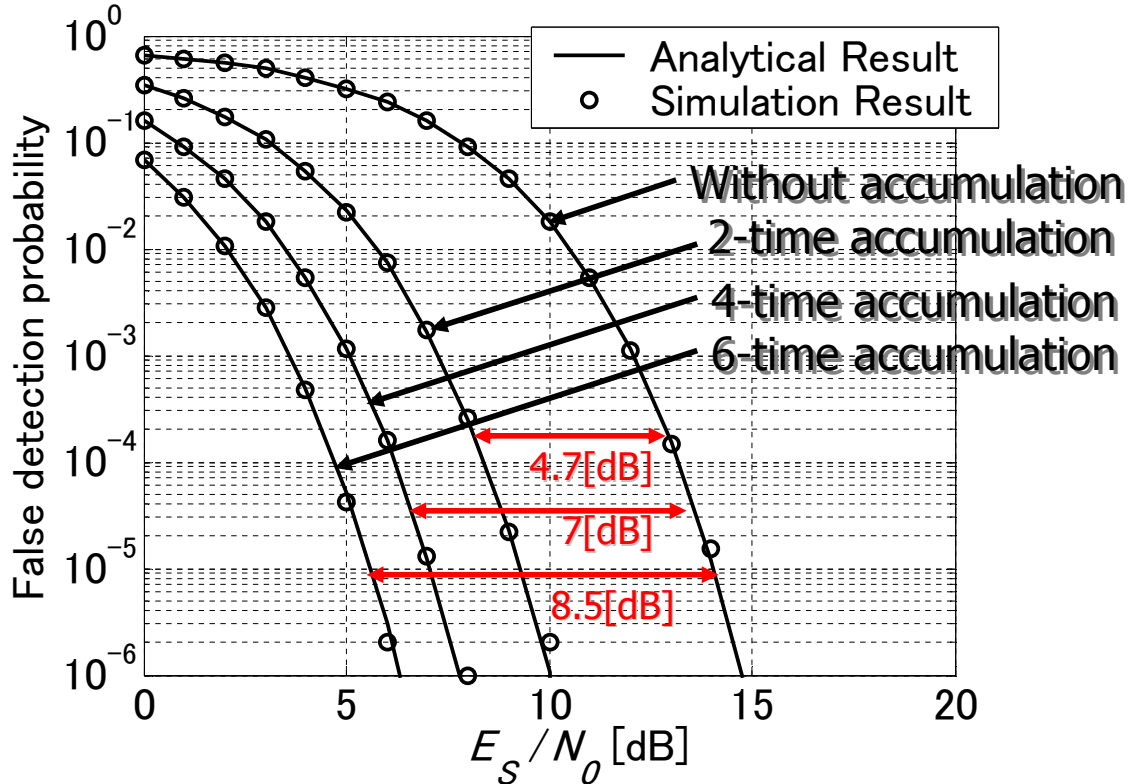
- 周波数オフセットなし
- サンプリングクロックタイミングは理想的
- $N=8$

✓ 誤検出

誤ったシンボル同期タイミングを検出

正しくないタイミングの相関値 > 正しいタイミングの相関値

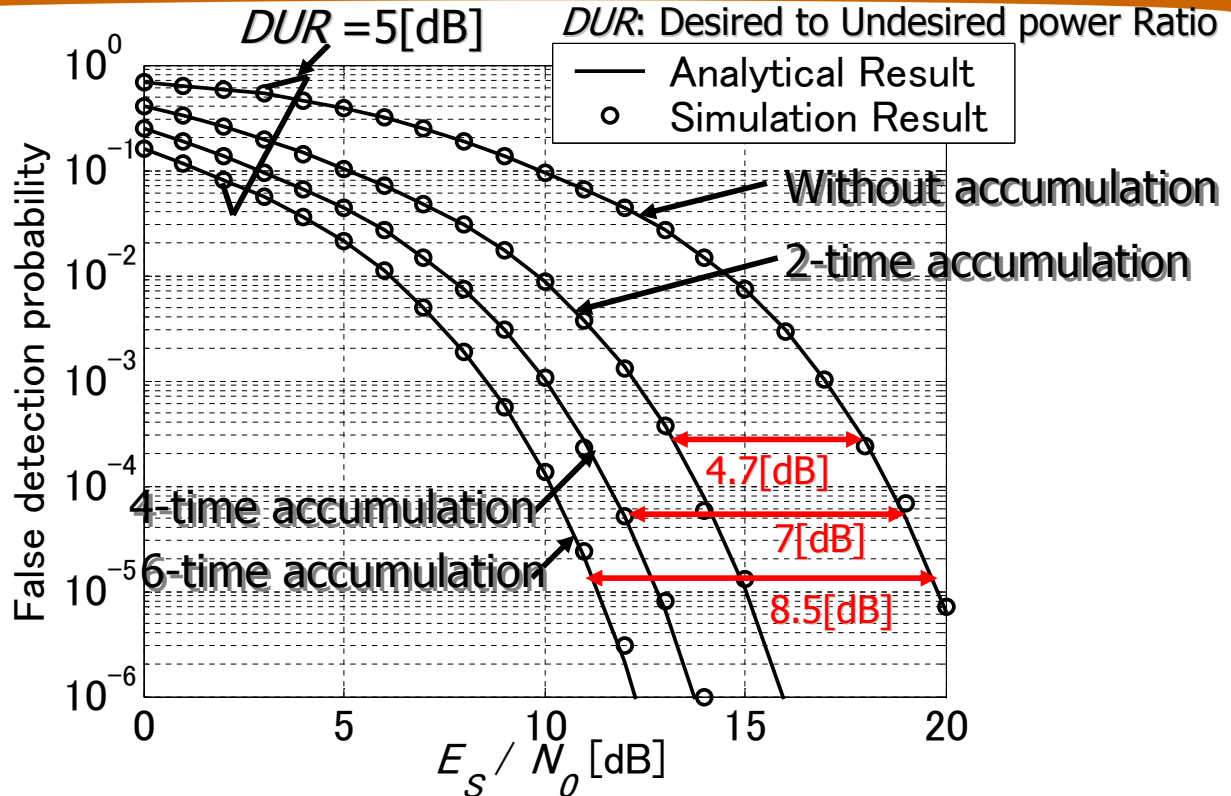
数值例(AWGN)



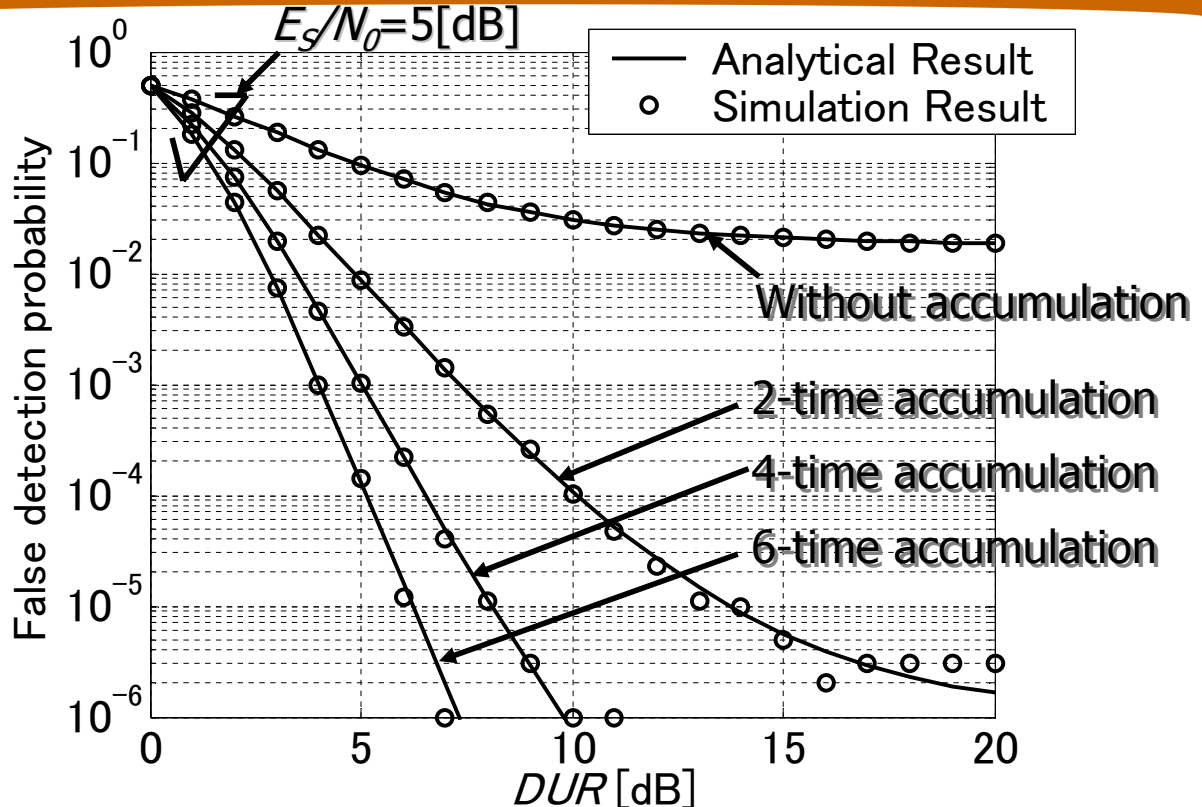
マルチパスパラメータ

- 2波モデルを想定
- 先行波と遅延波の電力比をDURとする
- 先行波の E_s/N_0 で評価
- 遅延波で同期タイミングを検出した場合は誤検出

数値例(マルチパス)



数値例(マルチパス)



まとめと今後の課題

- FFTと移相器群を利用し、それを累算するシンボル同期回路を提案し、特性評価を行った
- 累算により大幅な特性の向上が確認できた
- 今後の課題としては、
 - 提案したシンボル同期回路とマッチングが良い、周波数オフセット推定法の検討
 - サンプリングクロックタイミングの影響

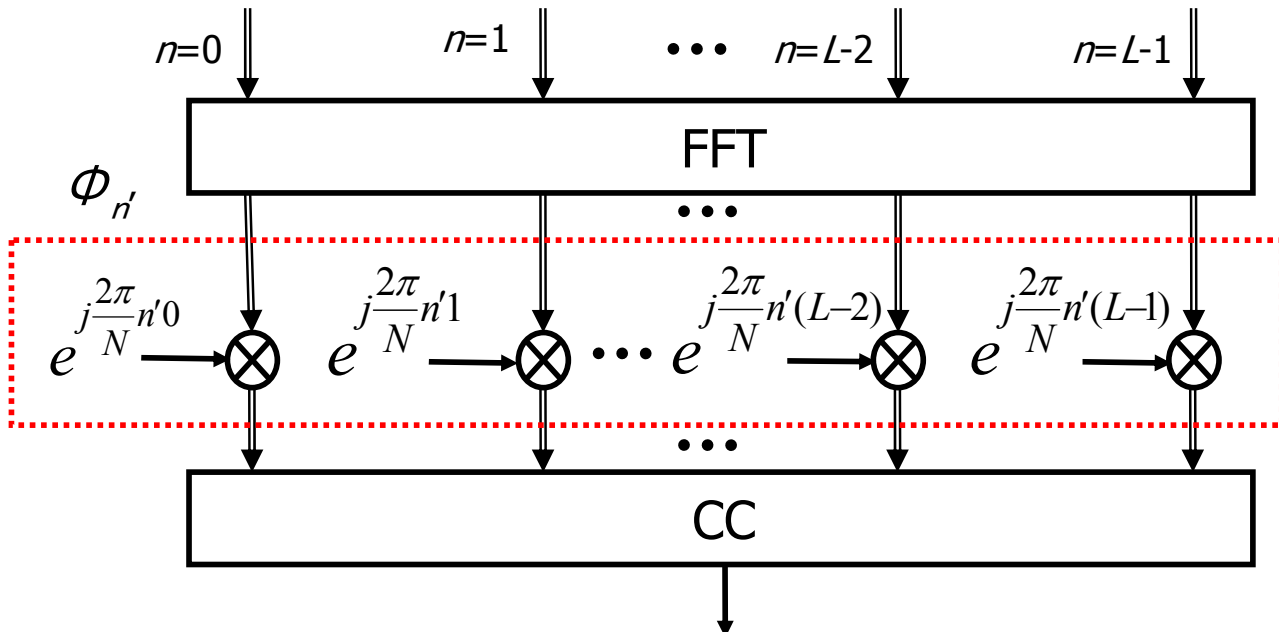


Phase shifter bank

$$R_{n'}(n) = R_0(n) e^{j\frac{2\pi}{N}nn'}$$

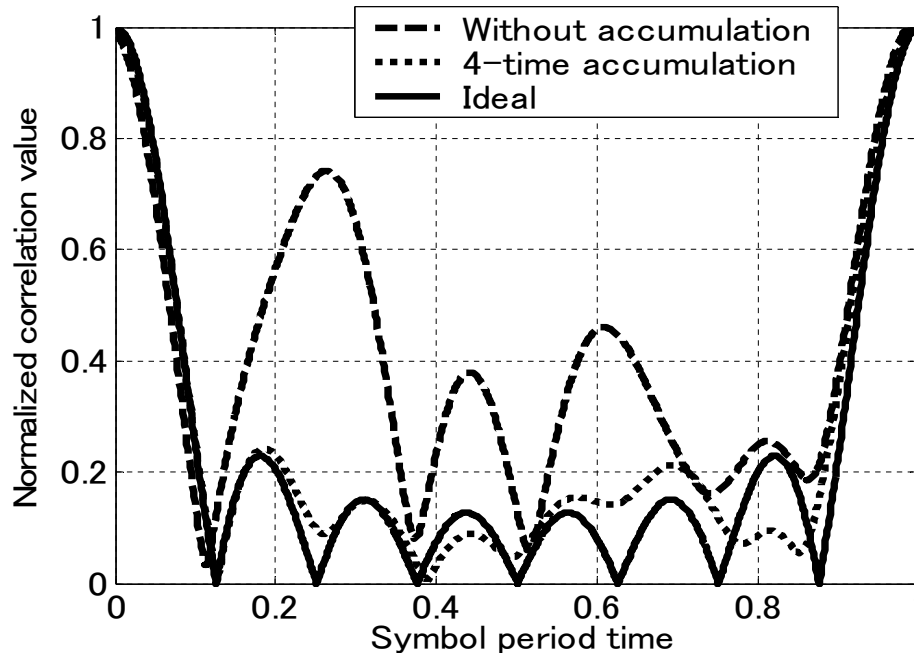
N : sample/symbol

n' : delay from the timing of first FFT

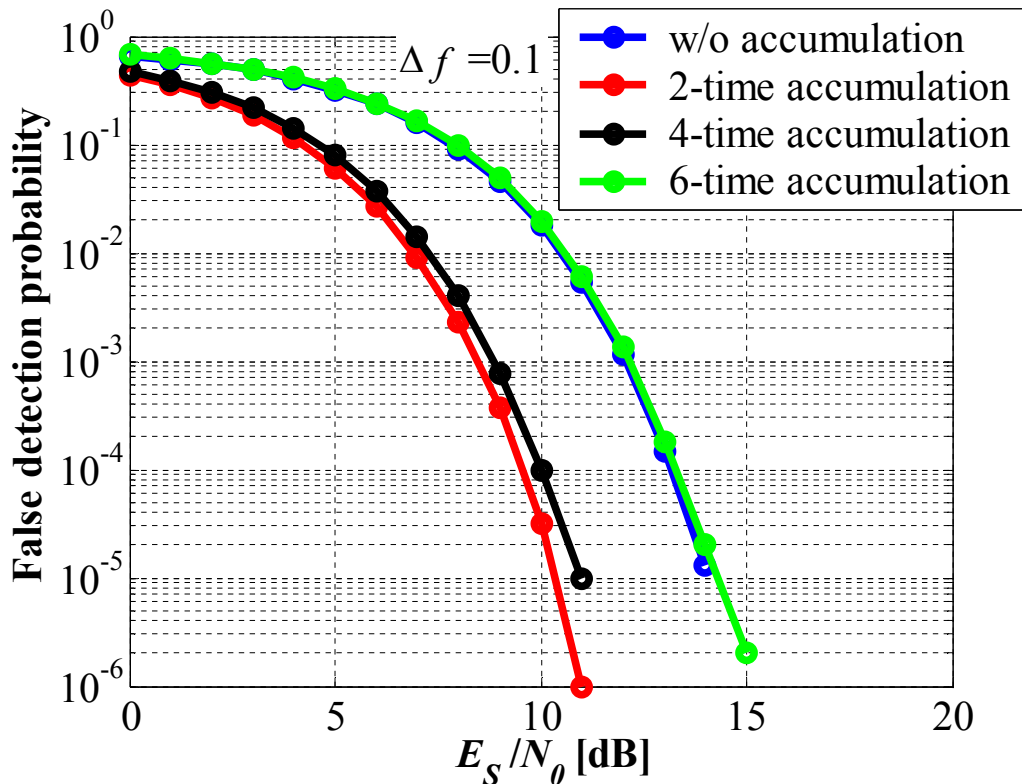


Example of output of CC

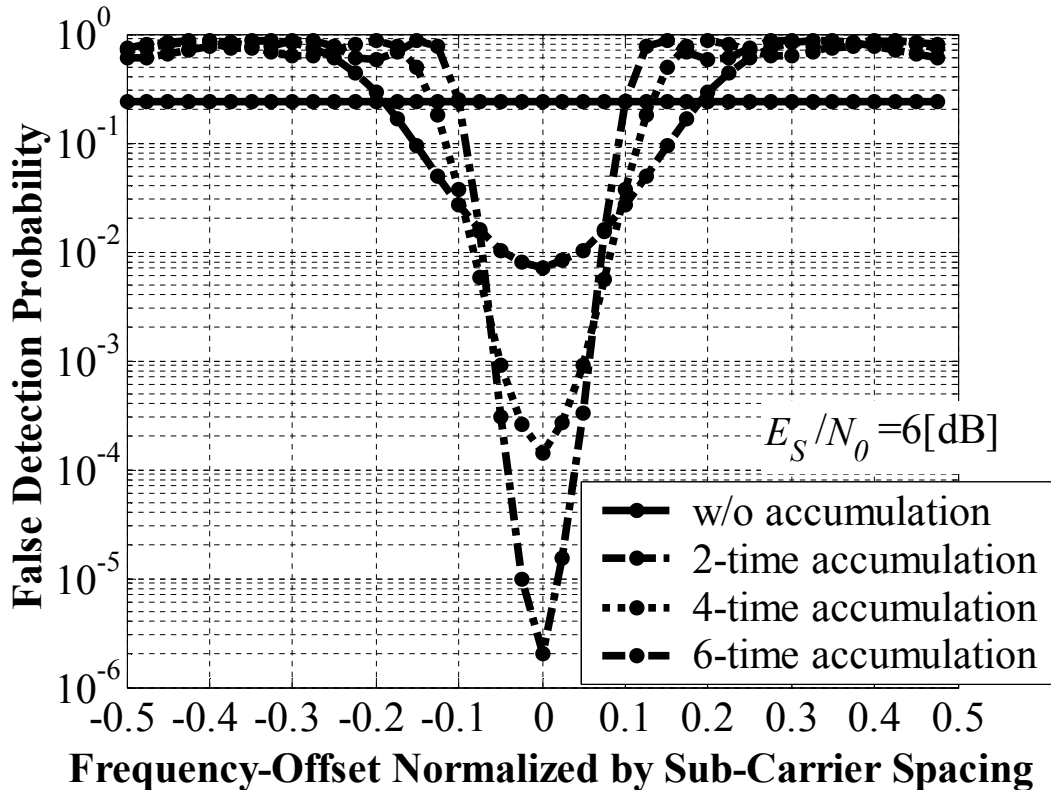
$E_g/N_0=15, \infty$ [dB], number of sub-carrier=8



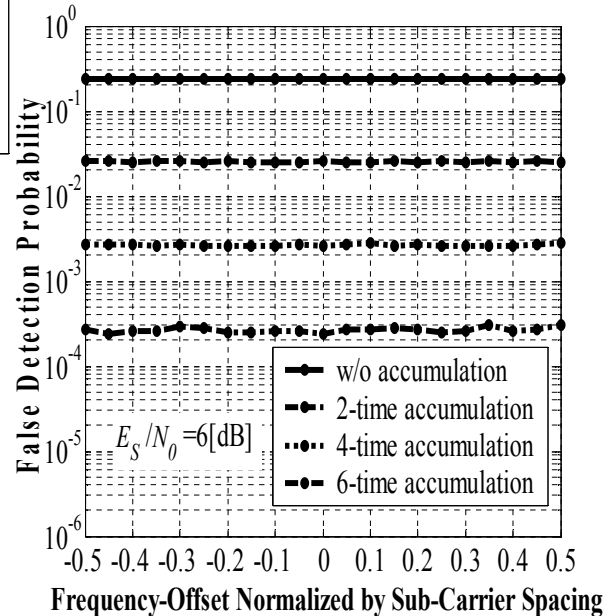
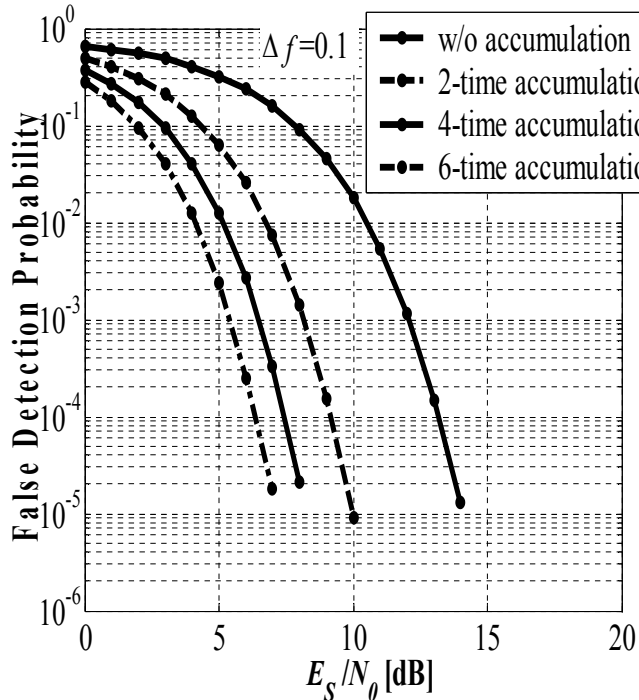
周波数オフセットの影響



周波数オフセットの影響



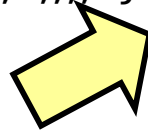
対策-絶対値を累算



特性は劣るが、周波数オフセットに頑健

$$b_i = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \exp\left(j \frac{2\pi}{N} ki\right)$$

$$c_i = b_i \exp\left(j \frac{2\pi}{N} \Delta f i + \theta\right) \quad a_k = \{1, 1, \dots, 1\}$$



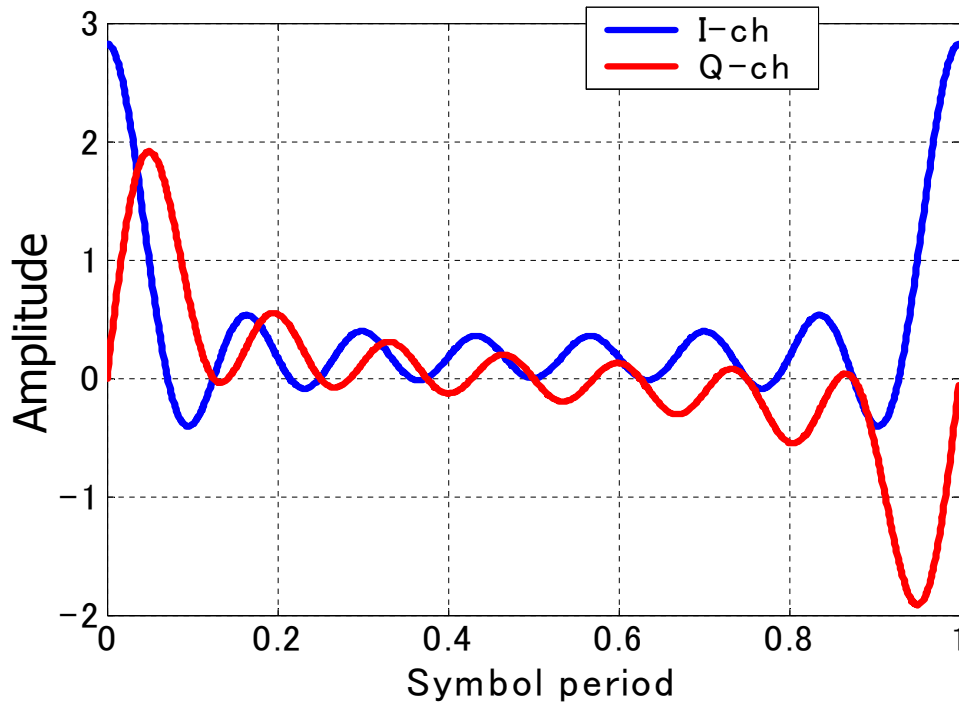
$$a'_k = \sum_{k=0}^{N-1} c_i \exp(-j \frac{2\pi}{N} ki) = \frac{1 - \exp(j2\pi\Delta f)}{1 - \exp(j \frac{2\pi}{N} \Delta f)} a_k e^{j\theta} + \mu_k$$

$$= e^{j\left(\frac{(N-1)\pi}{N}\Delta f + \theta\right)} \frac{\sin \pi \Delta f}{\sin \frac{\pi}{N} \Delta f} a_k + \mu_k$$

$$\begin{aligned} a'_k &= e^{j\theta} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1 - e^{j2\pi(i+\Delta f)}}{1 - e^{j \frac{2\pi}{N}(i+\Delta f)}} \\ &= e^{j\theta} (1 - e^{j2\pi\Delta f}) \sum_{i=0}^{N-1} \frac{2}{1 - e^{j \frac{4\pi}{N}(i+\Delta f)}} \\ &= \dots = e^{j\theta} (1 - e^{j2\pi\Delta f}) \sum_{i=0}^1 \frac{N/2}{1 - e^{j \frac{2\pi}{N}(i+\Delta f)} \frac{N}{2}} \\ &= e^{j\theta} (1 - e^{j2\pi\Delta f}) \frac{N}{1 - e^{j \frac{2\pi}{N}(0+\Delta f)N}} = Ne^{j\theta} \end{aligned}$$

$$a'_{k,2} = Ne^{j(\theta + \Delta f)}$$

Transmitted base band signal



誤検出確率の導出 (AWGN)

- 正しいタイミングの信号分布⇒ライス分布

$$p_c(x_c) = \frac{x_c}{\sigma^2/(a+1)} \exp\left(-\frac{x_c^2 + C^2}{2\sigma^2/(a+1)}\right) I_0\left(\frac{Cx_c}{\sigma^2/(a+1)}\right)$$

- 正しくないタイミングの信号分布⇒レイリー分布

$$p_i(x_i) = \frac{x_i}{\sigma^2/(a+1)} \exp\left(-\frac{x_i^2}{2\sigma^2/(a+1)}\right)$$



$$P_D^{AWGN} = \int_0^\infty p_c(x_c) dx_c \left[\int_0^{x_c} p_i(x_i) dx_i \right]^{N-1}$$

誤検出確率の導出(マルチパス)

- 遅延波のタイミングでの信号分布⇒ライス分布

$$p_{cm}(x_{cm}) = \frac{x_{cm}}{\sigma^2/(a+1)} \exp\left(-\frac{x_{cm}^2 + C^2/DUR}{2\sigma^2/(a+1)}\right) \times I_0\left(\frac{(C/\sqrt{DUR})x_{cm}}{\sigma^2/(a+1)}\right)$$



$$P_D^{MULTIPAH} = \int_0^\infty p_c(x_c) dx_c \times \left[\int_0^{x_c} p_{cm}(x_{cm}) dx_{cm} \right] \times \left[\int_0^{x_c} p_i(x_i) dx_i \right]^{N-2}$$